

# Числа Фибоначчи

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, ...

рекуррентная ф-ла  
 $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$   
 $F(n)$  - n-ое число Фибоначчи

я хочу найти общую формулу для чисел фибоначчи  
 $F(n) = \dots$

$F(n) = F(n-1) + F(n-2)$   
 $F(k) = F(k-1) + F(k-2)$   
 $F(n) + F(k) = F(k) + F(n)$

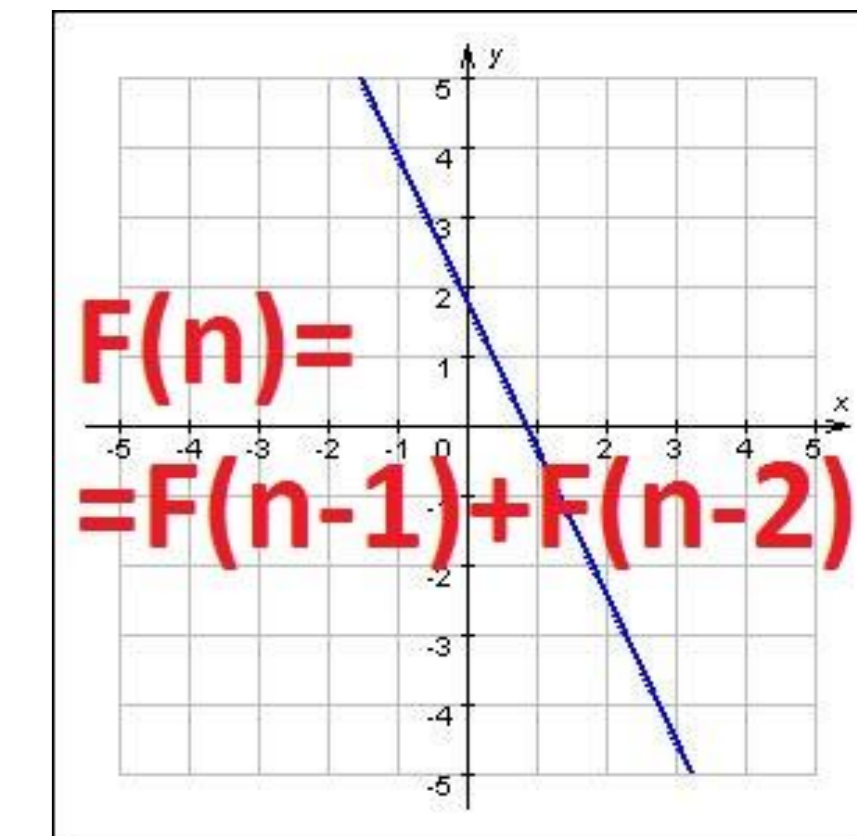
$a \cdot F(n) + b \cdot F(n) = (a+b) \cdot F(n)$

$w_1 = a^n$   
 $w_2 = h^n$   
 $w_3 = b^n$   
 $w_1 + w_2 = w_2 + w_1$   
 $k \cdot a^n + p \cdot a^n = (k+p) \cdot a^n$   
 $5 \cdot (a^n + b^n) = 5 \cdot a^n + 5 \cdot b^n$

# Векторное пространство

- $\mathbf{x} + \mathbf{y} = \mathbf{y} + \mathbf{x}$ , для любых  $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in V$  (коммутативность сложения);
- $\mathbf{x} + (\mathbf{y} + \mathbf{z}) = (\mathbf{x} + \mathbf{y}) + \mathbf{z}$ , для любых  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z} \in V$  (ассоциативность сложения);
- существует такой элемент  $\theta \in V$ , что  $\mathbf{x} + \theta = \mathbf{x}$  для любого  $\mathbf{x} \in V$  (существование нейтрального элемента относительно сложения), в частности  $V$  не пусто;
- для любого  $\mathbf{x} \in V$  существует такой элемент  $-\mathbf{x} \in V$ , что  $\mathbf{x} + (-\mathbf{x}) = \theta$  (существование противоположного элемента относительно сложения);
- $\alpha(\beta\mathbf{x}) = (\alpha\beta)\mathbf{x}$  (ассоциативность умножения на скаляр);
- $1 \cdot \mathbf{x} = \mathbf{x}$  (унитарность: умножение на нейтральный (по умножению) элемент поля  $F$  сохраняет вектор);
- $(\alpha + \beta)\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x} + \beta\mathbf{x}$  (дистрибутивность умножения на вектор относительно сложения скаляров);
- $\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{y}) = \alpha\mathbf{x} + \alpha\mathbf{y}$  (дистрибутивность умножения на скаляр относительно сложения векторов).

↑ курс



$F(n) = x^n$   
 $F(n) = F(n-1) + F(n-2)$   
 $x^n = x^{n-1} + x^{n-2} \quad | : x^{n-2}$   
 $x^n / x^{n-2} = x^{n-1} / x^{n-2} + x^{n-2} / x^{n-2}$   
 $x^2 = x^1 + 1$   
 $x^2 - x - 1 = 0$   
 $d = 1 + 4 = 5$   
 $x_1 = (1 + \sqrt{5}) / 2$   
 $x_2 = (1 - \sqrt{5}) / 2$   
 $F(n) = a \cdot x_1^n + b \cdot x_2^n$   
 $F(n) = a \cdot [(1 + \sqrt{5}) / 2]^n + b \cdot [(1 - \sqrt{5}) / 2]^n$   
 $F(1) = 1$   
 $F(2) = 1$   
 $F(1) = a \cdot [(1 + \sqrt{5}) / 2]^1 + b \cdot [(1 - \sqrt{5}) / 2]^1 = 1$   
 $F(2) = a \cdot [(1 + \sqrt{5}) / 2]^2 + b \cdot [(1 - \sqrt{5}) / 2]^2 = 1$   
 $a = 1 / \sqrt{5}$   
 $b = -1 / \sqrt{5}$   
 $F(n) = 1 / \sqrt{5} \cdot [(1 + \sqrt{5}) / 2]^n - 1 / \sqrt{5} \cdot [(1 - \sqrt{5}) / 2]^n$   
 $F(n) = ([ (1 + \sqrt{5}) / 2 ]^n - [ (1 - \sqrt{5}) / 2 ]^n) / \sqrt{5}$

↑ курс

$ax^2 + bx + c = 0$   
 $D = b^2 - 4ac$   
 $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D}) / (2a)$

