

Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

| Вид начинки | Себестоимость (за 1 тонну) | Отпускная цена (за 1 тонну) | Производственные возможности |
|-------------|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| ягоды | 70 тыс. руб. | 100 тыс. руб. | 90 (тонн в мес.) |
| творог | 100 тыс. руб. | 135 тыс. руб. | 75 (тонн в мес.) |

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

Фабрика, производящая пищевые полуфабрикаты, выпускает блинчики со следующими видами начинки: ягодная и творожная. В данной ниже таблице приведены себестоимость и отпускная цена, а также производственные возможности фабрики по каждому виду продукта при полной загрузке всех мощностей только данным видом продукта.

| Вид начинки | Себестоимость (за 1 тонну) | Отпускная цена (за 1 тонну) | Производственные возможности |
|-------------|----------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| ягоды | 70 тыс. руб. | 100 тыс. руб. | 90 (тонн в мес.) |
| творог | 100 тыс. руб. | 135 тыс. руб. | 75 (тонн в мес.) |

Для выполнения условий ассортиментности, которые предъявляются торговыми сетями, продукции каждого вида должно быть выпущено не менее 15 тонн. Предполагая, что вся продукция фабрики находит спрос (реализуется без остатка), найдите максимально возможную прибыль, которую может получить фабрика от производства блинчиков за 1 месяц.

Решение.

Пусть x — доля мощностей завода, занятых под производство блинчиков с ягодной начинкой, а y — доля мощностей, занятых под производство блинчиков с творожной начинкой. Тогда $x + y = 1$, при этом блинчиков с ягодной начинкой производится $90x$ тонн, а с творожной начинкой — $75y$ тонн. Кроме того, из условия ассортиментности следует, что $90x \geq 15$ откуда $x \geq \frac{1}{6}$, а $75y \geq 15$, откуда $y \geq \frac{1}{5}$. Прибыль завода с одной тонны продукции с ягодной начинкой равна $100 - 70 = 30$ тыс. руб., прибыль с одной тонны продукции с творожной начинкой равна $135 - 100 = 35$ тыс. руб., общая прибыль с произведённой за месяц продукции равна $S(x, y) = 30 \cdot 90x + 35 \cdot 75y = 2700x + 2625y = 75 \cdot (36x + 35y)$. Таким образом, нам необходимо найти наибольшее значение функции $S(x, y) = 75 \cdot (36x + 35y)$ при выполнении следующих условий:

$$\begin{cases} x + y = 1, \\ x \geq \frac{1}{6}, y \geq \frac{1}{5}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x, \\ \frac{1}{6} \leq x \leq \frac{4}{5}. \end{cases}$$

Подставляя $y = 1 - x$ в выражение $36x + 35y$, получаем: $36x + 35(1 - x) = x + 35$. Наибольшее значение этого выражения при условии $\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{4}{5}$ достигается при $x = \frac{4}{5}$, тогда $y = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$.

Поэтому максимально возможная прибыль завода за месяц равна:

$$75 \cdot \left(36 \cdot \frac{4}{5} + 35 \cdot \frac{1}{5} \right) = 75 \cdot \frac{179}{5} = 2685 \text{ тыс. руб.}$$

при этом фабрика производит 72 тонны блинчиков с ягодной начинкой и 15 тонн блинчиков с творожной начинкой.

Ответ: 2685 тыс. руб.

Приведём решение Дмитрия Гущина.

Тонна блинчиков с творожной начинкой приносит 35 тыс. руб., а тонна блинчиков с ягодной — 30 тыс. руб. При этом 1 тонне блинчиков с творожной начинкой соответствует 1,2 тонны блинчиков с ягодной начинкой. Заметим, что $1 \text{ т} \cdot 35 \text{ тыс. руб.} < 1,2 \text{ т} \cdot 30 \text{ тыс. руб.} = 36 \text{ т} \cdot 1 \text{ тыс. руб.}$, поэтому более выгодно производить блинчики с ягодной начинкой. Значит, блинчиков с творожной начинкой необходимо производить 15 тонн, а блинчиков с ягодной начинкой — $90 - 15 \cdot 1,2 = 72$ тонны, что даст $15 \cdot 35 + 72 \cdot 30 = 2685$ тыс. руб. прибыли.