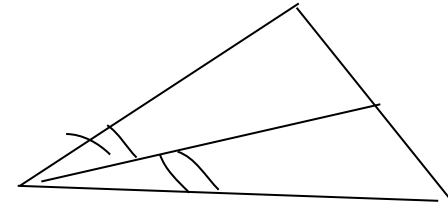


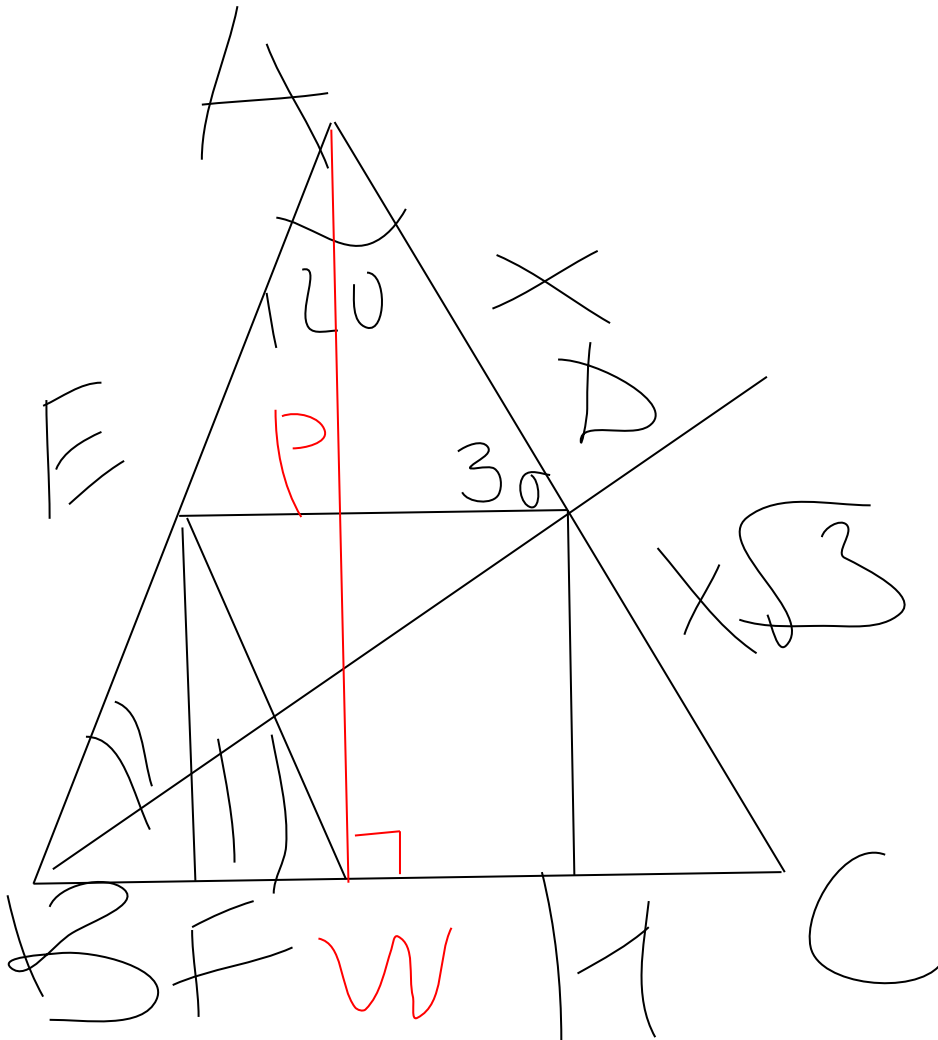
В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на отрезке BC , а вершина E – на отрезке AB .

tip01



а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.



$$\begin{aligned} \angle DBC &= (180 - 120) / 2 = 30 \\ \angle BDC &= 180 - 30 - 30 = 120 \end{aligned}$$

а)

$$\begin{aligned} BC/DC &= BA/AD \\ AB/BC &= AD/DC \text{ (по биссектрисе)} \\ AB/BW &= 1/\cos 30 = 2/\sqrt{3} \\ AB/BC &= (AB/BW) / 2 = 1/\sqrt{3} \\ AD/DC &= 1/\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \angle ADE &= WH/x \Rightarrow WH = x \cdot \cos \angle ADE \\ \sin \angle ACB &= DH/x\sqrt{3} \Rightarrow DH = x\sqrt{3} \cdot \sin \angle ACB \\ x \cdot \cos \angle ADE &= x\sqrt{3} \cdot \sin \angle ACB \\ \cos \angle ADE &= \sqrt{3} \cdot \sin \angle ACB \\ \sqrt{3}/2 &= \sqrt{3} \cdot 1/2 \end{aligned}$$

б) $AB = x + x\sqrt{3}$

$$\begin{aligned} 4/x &= 1 + \sqrt{3} \\ x/4 &= 1/(1 + \sqrt{3}) \\ x &= 4/(1 + \sqrt{3}) \\ DC &= 4\sqrt{3}/(1 + \sqrt{3}) = (4\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1))/2 = 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \\ DH/DC &= \sin 30 \\ DH/(2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1)) &= 1/2 \\ DH &= \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \\ FH &= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \\ S &= 2\sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) \cdot \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) = 2 \cdot 3(\sqrt{3} - 1)^2 = \\ &= 6(3 - 2\sqrt{3} + 1) = 18 - 12\sqrt{3} + 6 = 24 - 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

tip02
ты можешь
точно сказать
чему равно
 AB/BC

tip03
ты можешь
точно сказать
чему равно
 AB/BW

tip04
лучше
доказывать что
 $WH = DH$ (тк
 $WH = 1/2 FH$)

tip05
тебе помогут
подобные три-
ки $\triangle APD$ и
 $\triangle DHC$

Ответ: $24 - 12\sqrt{3}$