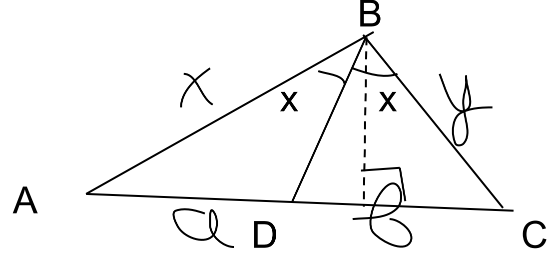
В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD. В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона FH лежит на отрезке BC, а вершина E – на отрезке AB.

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

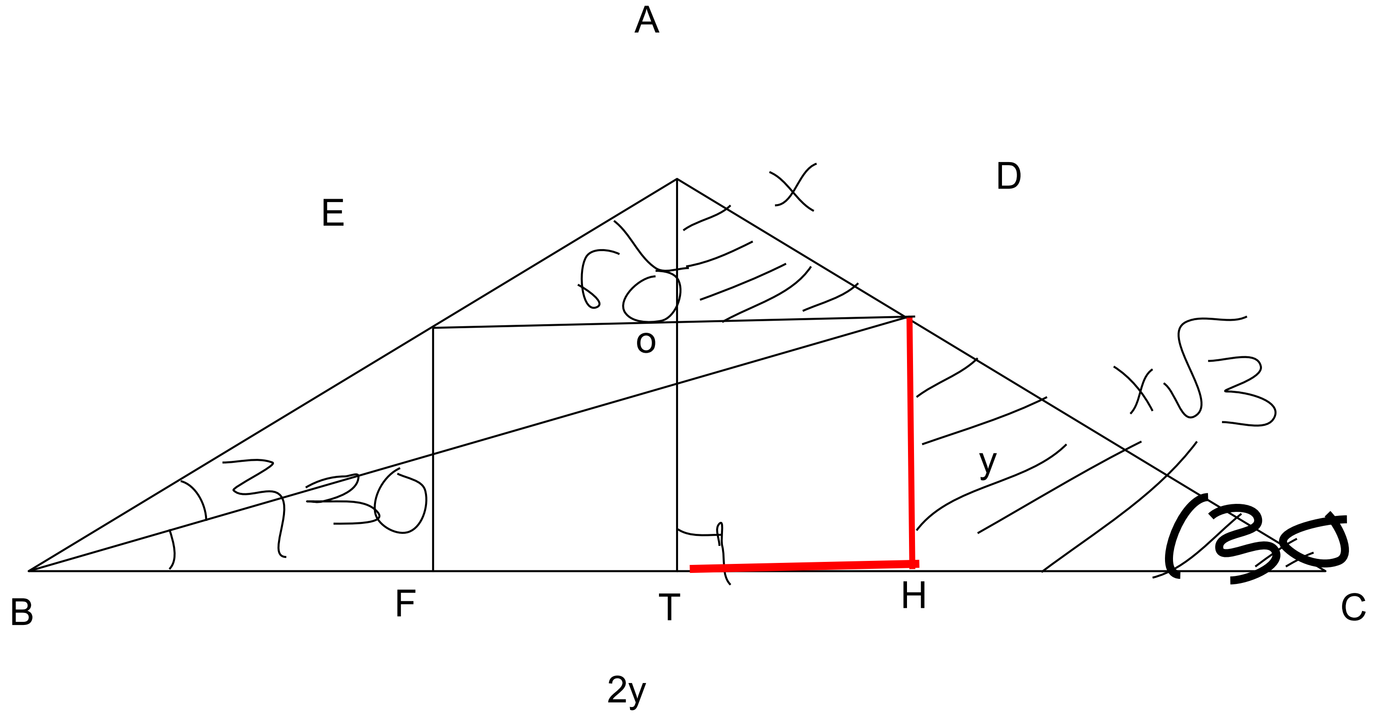
б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.



x/y = a/b

S(ABD)=½*h*AD=½*AB*BD*sinx
S(CBD)=½*h*CD=½*BC*BD*sinx

S(ABD)/S(CBD)=½*h*AD / ½*h*CD=
=½*AB*BD*sinx / ½*BC*BD*sinx =
=AD / CD = AB / BC



1) <A = 120º
   <B = <C = 30º
2) Пусть DH = y
3) BC / AB = CD / AD
   AB/BC=AB / 2BT=½(AB/BT) = ½(2/V3) = 1/V3 =AD/DC

   в тр ABT:
   BT/AB=cos30=sin60=V3/2

4) DH=TH ⇔ FH=2DH

sin30 = DH /xV3 = ½
sin60 = OD / x = V3/2
DH = xV3 / 2
OD = xV3 / 2 = TH => DH = TH

x + xV3 = 4
x(1 + V3) = 4
x = 4/(1 + V3)
DH = (4V3/2(1 + V3)) = 4V3 / (2+2V3)=2V3 / (1+V3)
FH = 4V3 / (1+V3)
S = DH * FH = (4V3 / (2+2V3)) * (4V3 / (1+V3)) = 48 / (2+2V3 + 2V3 + 6) = 48 / 8 + 4V3 | 8-4V3
48*(8-4V3) / 64 - 48 = 48*(8-4V3) / 16 = 24 - 12V3

OTV : 24 - 12V3