

Задача 5. Тот же вопрос про неравенство:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n}{2^n} < C ?$$

( В числителях натуральные числа, в знаменателях - степени двойки ).

$$\text{Let } S = 1 + 2/4 + 3/8 + 4/16 + \dots$$

$$S - 1 = 2/4 + 3/8 + 4/16 + \dots$$

$$(S-1)/2 = 2/8 + 3/16 + 4/32 + \dots$$

$$(S - 1) - (S-1)/2 = 2/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots$$

$$= 2/4 + (1/8)/(1 - 1/2) = 1/2 + 1/4 = 3/4$$

$$\text{So, } (S-1)/2 = 3/4$$

$$\Rightarrow S - 1 = 3/2$$

$$S = 5/2$$