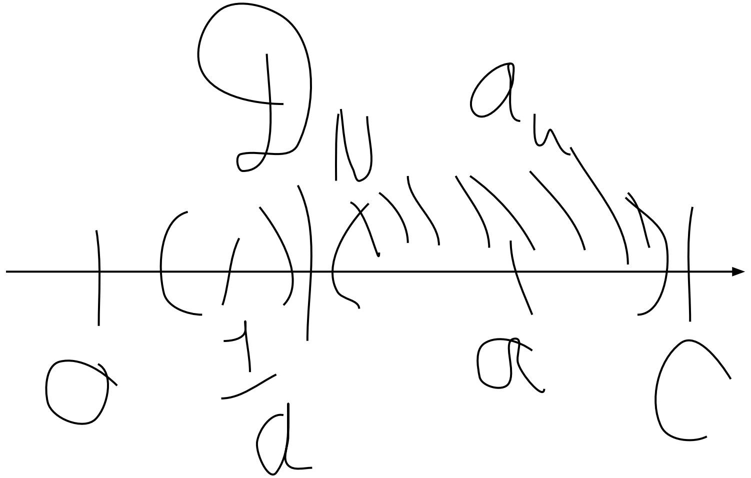
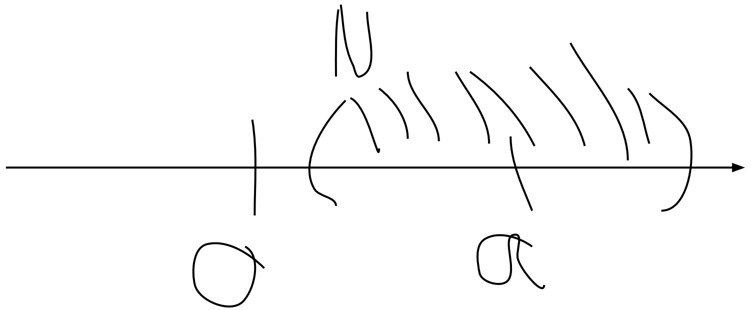
Задача 1. Если $\lim a_n = a$, и $a \neq 0$, то последовательность $b_n = \frac{1}{a_n}$ начиная с некоторого n определена, то есть b_n не равно нулю начиная с этого n. Доказать.

Замечание: Вследствие того, что любое конечное число членов последовательности не влияет на ее предельное поведение, можно (если $\lim a_n \neq 0$) в большинстве случаев игнорировать тот факт, что определены не все члены последовательности $\frac{1}{a_n}$).

Задача 2. Если $\lim a_n = a \neq 0$, то $\lim \frac{1}{a_n} = \frac{1}{a}$. Доказать.



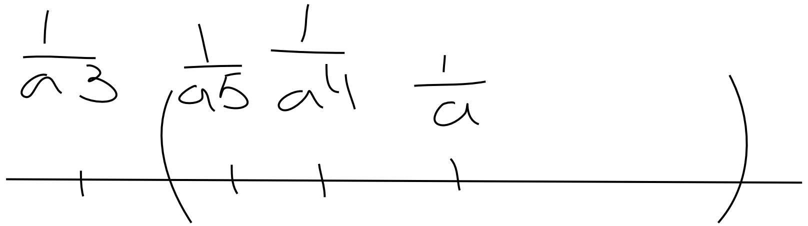


начиная с N 1/an точно будут существовать, потому что начиная с N все an точно не 0

дано по условию
|an - a|<e
|an - a|<e*const

|1/an-1/a|<e*const
|(a-an)/(a*an)| < e/|(a*an)|=e*(1/a)/|an| < e*(1/a)*(1/D)=e*const

т.к. an имеет предел. то она ограничена начиная с N:
D<|an|<C
1/D>1/|an|>1/C



|an - a|<e
|an - a|<e*const

ПРИМЕР ПОЧЕМУ 1/a^2 не может быть пределом послед-ти 1/an
|1/an-1/a^2|<e*const
|(a^2-an)/(a*an)| !< e/|(a*an)|=e*(1/a)/|an| < e*(1/a)*(1/D)=e*const

т.к. an имеет предел. то она ограничена начиная с N: D<|an|<C
1/D>1/|an|>1/C