Задача 4. Сформулируйте и докажите соответствующую теорему для частного.

|x+y|<=|x|+|y|
|x-y|<=|x|+|y|

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon$

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow |b_n - b| < \varepsilon$

$\forall \varepsilon > 0 \; \exists N(\varepsilon) > 0 : \forall n > N \Rightarrow \left|\frac{a_n}{b_n} - \frac{a}{b}\right| < \varepsilon$ $\boxed{\text{*const}}$

a_n / b_n - a/b = (a_n*b-a*b_n) / (b*b_n)=
=(a_n*b-a*b_n +a_n*b_n -a_n*b_n) / (b*b_n) =
=(-a_n(b_n-b)+b_n(a_n-a)) / (b*b_n)
|(b_n(a_n-a)-a_n(b_n-b)) / (b*b_n)|=
(|b_n(a_n-a)|+|a_n(b_n-b)|) / |b|*|b_n|=
(|b_n|*|a_n-a|+|a_n|*|b_n-b|) / |b|*|b_n|<=
(|b_n|*e+|a_n|*e) / |b|*|b_n|<=
(C1*e+C2*e) / |b|*|b_n|<=
C3(C1*e+C2*e) / |b|=
=e * C3(C1+C2) / |b|= e * const

|b_n|<C2
C3>1/|b_n|>1/C2 так как последовательность 1/b_n тоже имеет предел, поэтому она ограничена