

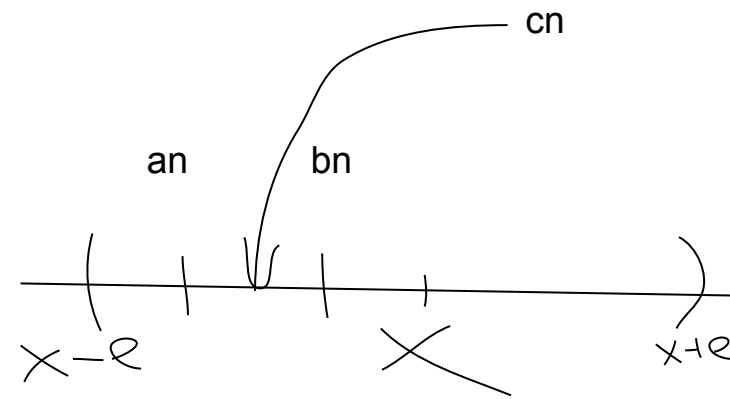
$$N = \max(N1, N2)$$

Задача 5. (Принцип двух милиционеров).

Если $\lim a_n = r$ и $\lim b_n = r$, и при каждом натуральном n $a_n \leq c_n \leq b_n$, то $\lim c_n$ существует и равен r . Доказать.

$$\forall \epsilon > 0 \exists N_1(\epsilon) > 0 \forall n > N_1 \Rightarrow |a_n - x| < \epsilon$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists N_2(\epsilon) > 0 \forall n > N_2 \Rightarrow |b_n - x| < \epsilon$$



Пусть $N = \max(N1, N2)$, тогда при $n > N$ все a_n и все b_n попадут в ϵ -окрестность

$$a_n - \epsilon < a_n < x - \epsilon$$

$$b_n - \epsilon < b_n < x + \epsilon$$

Из этого следует $x - \epsilon < a_n \leq c_n \leq b_n < x + \epsilon$
 $x - \epsilon < c_n < x + \epsilon \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} c_n = x$

