$\cos^2 x + \cos^2 2x - \cos^2 3x - \cos^2 4x = 0$

$(1+\cos2x)/2+(1+\cos4x)/2-(1+\cos6x)/2-(1+\cos8x)/2=0$

$1+\cos2x+1+\cos4x-1-\cos6x-1-\cos8x=0$

$\cos2x+\cos4x-\cos6x-\cos8x=0$

$-2\sin(10x)/2\sin(-6x)/2-2\sin(10x)/2\sin(-2x)/2=0$

$2\sin(10x)/2\sin(6x)/2+2\sin(10x)/2\sin(2x)/2=0$

$\sin(10x/2)\sin(6x)/2+\sin(10x/2)\sin(2x)/2=0$

$\sin5x*\sin6x/2+\sin5x*\sin2x/2=0$

$\sin5x*\sin3x+\sin5x*\sin x=0$

$\sin5x(\sin3x+\sin x)=0$

$\sin5x=0$

$5x=pk$

$x=pk/5$

$\sin3x+\sin x=0$

$2\sin(2x)*\cos x=0$

$\cos x=0$

$x=p/2+pk$

$2\sin 2x=0$

$\sin2x=0$

$2x=pk$

$x=pk/2$